

Lösungen FÜMO 18 1. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1

- a) Die angegebene Lösung ist eindeutig.
 b) Kennzeichnet man die verbotenen Felder mit x, so erkennt man, dass in der 2. Zeile nur fünf Felder für drei Kreise übrig bleiben. Da in den Feldern der 5. und 6. Spalte bzw. der 10. und 11. Spalte jeweils höchstens ein Kreis gezeichnet werden kann, muss sich in dem Feld der 2. Zeile und der 8. Spalte ein Kreis befinden.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|---|--|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|---|--|---|
| ○ | | | ○ | | | | | | | | | | | | | | ○ | | |
| | | | | | ○ | ■ | | ○ | ■ | | ○ | | | | | | | | |
| | | | ○ | | | | | | | | | | | | | | ○ | | ○ |
| | | | | | ○ | | ○ | | | ○ | | | | | | | | | |
| | ○ | | | | | | | | | | | | | | | | ○ | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ○ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|---|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|---|---|---|
| ○ | x | | | | | | | | | | | | | | | | x | ○ | x |
| x | x | x | x | | | ■ | | ■ | | | | | | | | | x | x | x |
| x | x | ○ | x | | | | | | | | | | | | | | x | ○ | x |
| | | x | x | x | | | | | | | | | | | | | x | x | x |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Aufgabe 2

- a) Zur 6 sind nur die Zahlen 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 und 18 verwandt, alle anderen nicht! Begründung:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Summe S | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| pos. Differenz D | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Ergebnis S : D | x | 2 | 3 | 5 | 11 | x | 13 | 7 | 5 | 4 | x | 3 | x | x | x | x | x | 2 |

Wird die Zahl größer als 18, wird der Dividend kleiner als das Doppelte des Divisors und der Quotient kann nicht mehr den Wert 2 annehmen: z.B. $6 + 19 = 25 < 2 \cdot (19 - 6) = 26$.

- b) Zu 2009 sind verwandt: 2007 (Differenz $D = 2$), 2008 ($D = 1$), 2010 ($D = 1$) und 2011 ($D = 2$). Ist $n > 2$ eine beliebige natürliche Zahl, dann sind wegen $D = 1$ die um 1 größere und die um 1 kleinere Zahl zu ihr verwandt. Aber auch die um 2 größere und die um 2 kleinere Zahl sind zu n verwandt, da die Summe jeweils gerade und damit durch $D = 2$ teilbar ist. Mögliche weitere Lösungen wären die Zahlen $2n$ und $3n$, da $2n + n$ durch $D = n$ und $3n + n$ durch $D = 2n$ teilbar sind.

Aufgabe 3

- a) Stefan hat die Kärtchen (1, 1), (2, 2) und (2, 3). Offensichtlich muss in jeder dreistelligen Zahl genau eine 1, mindestens eine 2 und höchstens eine 3 vorkommen. Dies ergibt 9 Möglichkeiten (der Größe nach geordnet): 122, 123, 132, 212, 213, 221, 231, 312, 321.
 b) Die 2 auf der Vorderseite könnte Stefan durch eine 0, eine 1, eine 3 oder durch eine 4 (bzw. jede andere Ziffer größer als 4) ersetzen. Wieder kann man jeweils die 9 möglichen dreistelligen Zahlen aus Aufgabe a) bilden und zusätzlich weitere Zahlen:

| Ziffer | Zifferkärtchen | folgende 3stellige Zahlen kommen dazu: | Anzahl 3stelliger Zahlen |
|------------|------------------------|--|--------------------------|
| 0 | (1, 1), (0, 2), (2, 3) | 102, 103, 120, 130, 210, 230, 310, 320 | $9 + 8 = 17$ |
| 1 | (1, 1), (1, 2), (2, 3) | 112, 113, 121, 131, 211, 311 | $9 + 6 = 15$ |
| 3 | (1, 1), (3, 2), (2, 3) | 133, 313, 331 | $9 + 3 = 12$ |
| 4 (5,6...) | (1, 1), (4, 2), (2, 3) | 124, 134, 142, 143, 214, 241, 314, 341, 412, 413, 421, 431 | $9 + 12 = 21$ |

Damit kann Stefan die 2 nur durch eine 1 ersetzt haben.